

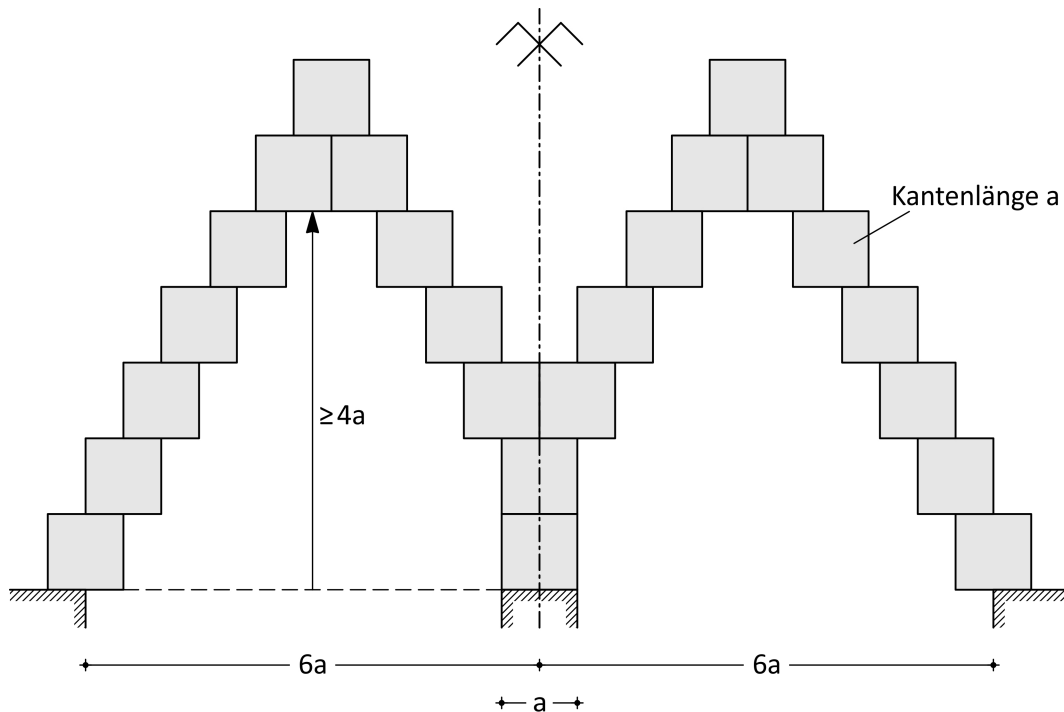
Bau einer Brücke aus Würfeln

Mit Würfeln der Kantenlänge a soll gemäß dem Bild eine zweifeldrige, symmetrische Brücke mit den Stützweiten $2 \times 6a$ konstruiert werden. In Systemmitte ist eine Stütze angeordnet, die aus einzelnen übereinanderliegenden Würfeln besteht. Die lichte Höhe unter den Firstpunkten muss mindestens $4a$ betragen. Die Würfel sind so anzuordnen, dass die Kontaktflächen jeweils horizontal bzw. vertikal und an den Auflagern horizontal sind. Die Längen der Kontaktflächen dürfen $\frac{a}{10}$ und bei den äußeren Lagern $\frac{a}{2}$ nicht unterschreiten. Die Brücke trägt nur ihre Eigenlast. Zwischen allen Kontaktflächen herrscht der Haftreibungskoeffizient $\mu = \frac{2}{3}$.

Gesucht:

- symmetrische Brückenkonstruktion mit kleinstmöglicher Anzahl von Würfeln und für diese Anzahl größtmöglicher lichter Höhe,
- grafische Darstellung der Brücke mit genauer Angabe der Lage der Stützlinie als geometrischer Ort der resultierenden Schnittkräfte.

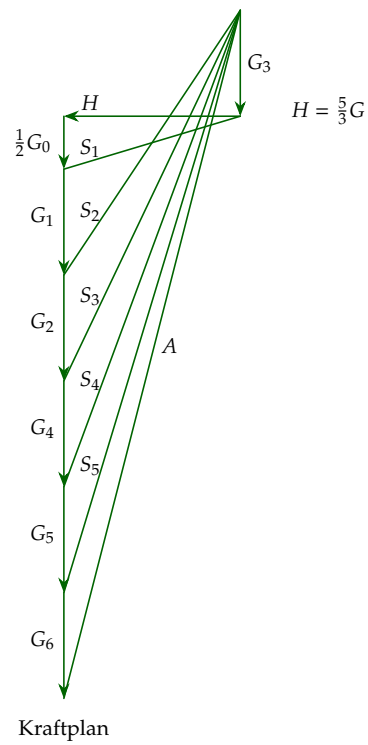
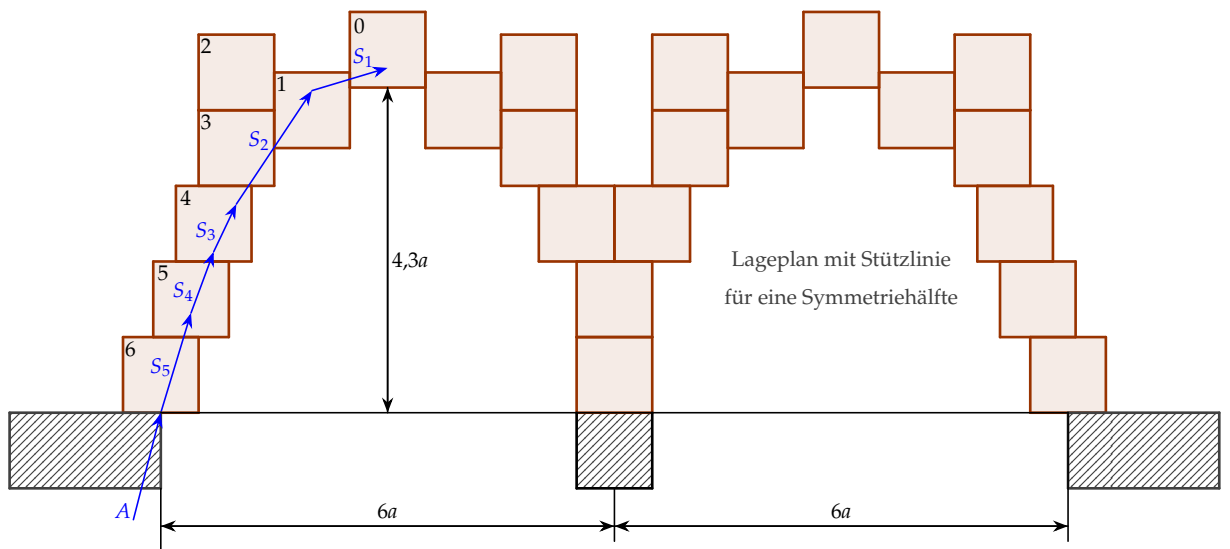
Hinweis: Die im Bild dargestellte Anordnung der Würfel stellt eine Prinzipskizze dar.



Weihnachtsaufgabe 2021 von Em. o. Prof. Dr. Helmut Rubin, TU Wien

Lösung

Die Brücke kann unter Einhaltung des Haftreibungskoeffizienten $\mu = \frac{2}{3}$ und der lichten Höhe $h \geq 4a$ entstehen, wenn genau ein oder zwei Würfel nur vertikale Kontaktflächen besitzt/besitzen. Ich beschränke mich auf das Einsetzen eines Würfels W_1 , womit eine Höhe von $h = 4,3a$ bis $h = 4,4a$ erreicht wird bei nur insgesamt 24 verwendeten Würfeln. Die im Lageplan gezeichnete blaue Stützlinie kann aus Symmetriegründen auf die gesamte Brücke übertragen werden.



Kraft	$\tan \alpha_i$
S_1	$\frac{3}{10} < \mu$
S_2	$\frac{3}{2} = \frac{1}{\mu}$
S_3	$\frac{21}{10} > \frac{1}{\mu}$
S_4	$\frac{27}{10} > \frac{1}{\mu}$
S_5	$\frac{33}{10} > \frac{1}{\mu}$
A	$\frac{39}{10} > \frac{1}{\mu}$

Reibungsnachweis
für $\mu = \frac{2}{3}$