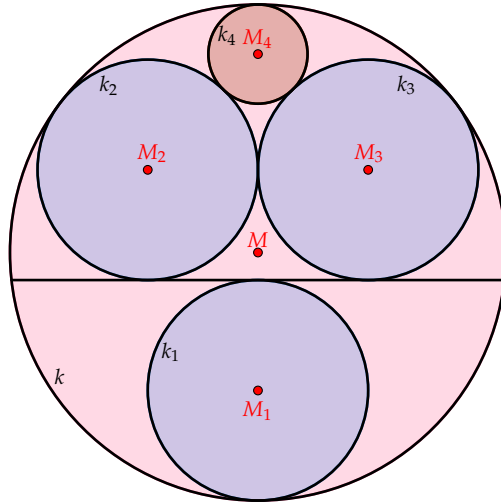


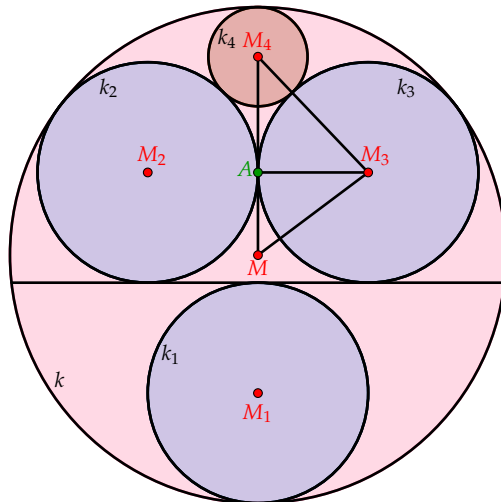
Beweis: Vier Kreise im Kreis

Es ist zu beweisen, dass das Verhältnis des Durchmessers des braunen Kreises zum Durchmesser eines der drei kongruenten blauen Kreise $\frac{9}{20}$ ist.



Aufgabe von Prof. J. Marshall Unger, 60 neue Sangaku-Probleme von <https://u.osu.edu/unger.26/online-publications/problems-from-wasan-nau/>

Lösung



Die Kreise k_1, k_2 und k_3 haben den Radius r_1 , der Kreis k den Radius R und der Kreis k_4 den Radius r_2 .

Im Dreieck $\triangle MM_3A$ ist	$(R - r_1)^2 = r_1^2 + \overline{AM}^2,$	$\overline{AM}^2 = R^2 - 2 \cdot R \cdot r_1$...(1).
Im Dreieck $\triangle AM_3M_4$ ist	$(r_1 + r_2)^2 = r_1^2 + \overline{AM_4}^2,$	$\overline{AM_4}^2 = r_2^2 + 2 \cdot r_1 \cdot r_2$...(2).
Weiterhin ist mit $\overline{AM_1} = 2 \cdot r_1$	$2 \cdot r_1 = \overline{AM} + R - r_1,$	$\overline{AM} = 3 \cdot r_1 - R,$...(3).
(3) in (1)	$(3 \cdot r_1 - R)^2 = R^2 - 2 \cdot R \cdot r_1,$	$9 \cdot r_1^2 - 6 \cdot r_1 \cdot R = -2 \cdot R \cdot r_1,$	
$: r_1$	$9 \cdot r_1 - 6 \cdot R = -2 \cdot R,$	$R = \frac{9}{4} \cdot r_1$...(4).
Der Durchmesser von k ist	$2 \cdot R = 3 \cdot r_1 + \overline{AM_4} + r_2,$	$\overline{AM_4} = 2 \cdot R - 3 \cdot r_1 - r_2$...(5).
Mit (4) in (5) entsteht	$\overline{AM_4} = \frac{9}{2} \cdot r_1 - 3 \cdot r_1 - r_2,$	$\overline{AM_4} = \frac{3}{2} \cdot r_1 - r_2$...(6).
(6) in (2)	$(\frac{3}{2} \cdot r_1 - r_2)^2 = r_2^2 + 2 \cdot r_1 \cdot r_2,$	$\frac{9}{4} \cdot r_1^2 - 3 \cdot r_1 \cdot r_2 = 2 \cdot r_1 \cdot r_2,$	
$: r_1$, zusammenfassen	$\frac{9}{4} \cdot r_1 = 5 \cdot r_2,$	$\frac{r_2}{r_1} = \frac{9}{20}, \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{9}{20}$	w.z.b.w.