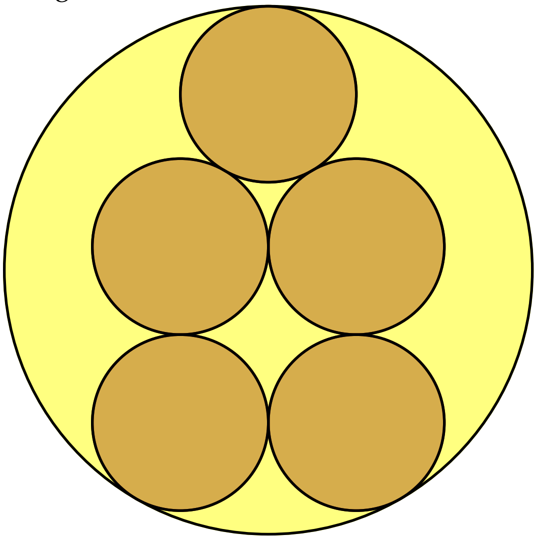
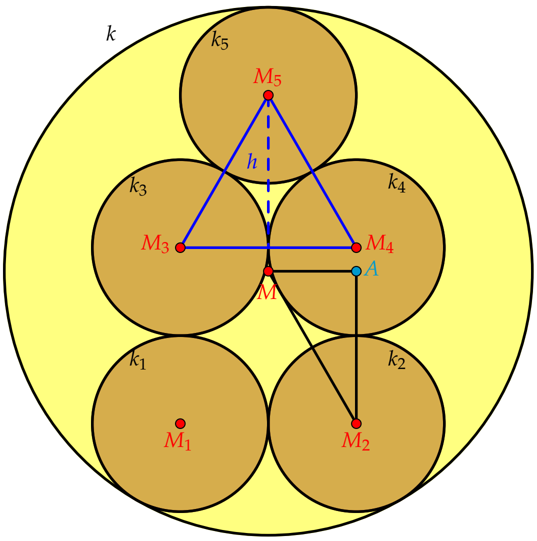
Beweis: Fünf Kreise im Kreis

Es ist zu beweisen, dass der Durchmesser des gelben Kreises dreimal so groß ist, wie der Durchmesser eines der fünf kongruenten braunen Kreise.



Aufgabe von Prof. J. Marshall Unger, 60 neue Sangaku-Probleme von
https://u.osu.edu/unger.26/online-publications/problems-from-wasan-nau/

Lösung



Der Kreis k hat den Radius R, die Kreise k_1 bis k_5 den Radius r. Die Mittelpunkte M_3, M_4 und M_5 sind Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks mit der Höhe $h = r \cdot \sqrt{3}$.

Im Dreieck ΔM_2AM ist	$(R-r)^2 = \overline{M_2A}^2 + r^2$,	$R^2 - 2 \cdot R \cdot r = \left(2 \cdot r - \overline{M_4A}\right)^2$ ...(1).
$\overline{M_4A} = R - r - h$ in (1)	$R^2 - 2 \cdot R \cdot r = (3 \cdot r - R + h)^2$,	
mit $h = r \cdot \sqrt{3}$	$R^2 - 2 \cdot R \cdot r = \left(\left(3 - \sqrt{3}\right) \cdot r - R\right)^2$,	
	$R^2 - 2 \cdot R \cdot r = \left(3 - \sqrt{3}\right)^2 \cdot r^2 - 2 \cdot R \cdot r \cdot \left(3 - \sqrt{3}\right) + R^2$,	
	$-2 \cdot R \cdot r = \left(9 - 6 \cdot \sqrt{3} + 3\right) \cdot r^2 - 6 \cdot R \cdot r + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot R \cdot r$,	
$: (2 \cdot r)$	$2 \cdot R = \left(6 - 3 \cdot \sqrt{3}\right) \cdot r + \sqrt{3} \cdot R$,	$\left(2 - \sqrt{3}\right) \cdot R = 3 \cdot r \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right)$,
	$R = 3 \cdot r$,	$d_{gelb} = 3 \cdot d_{braun}$. w.z.b.w.