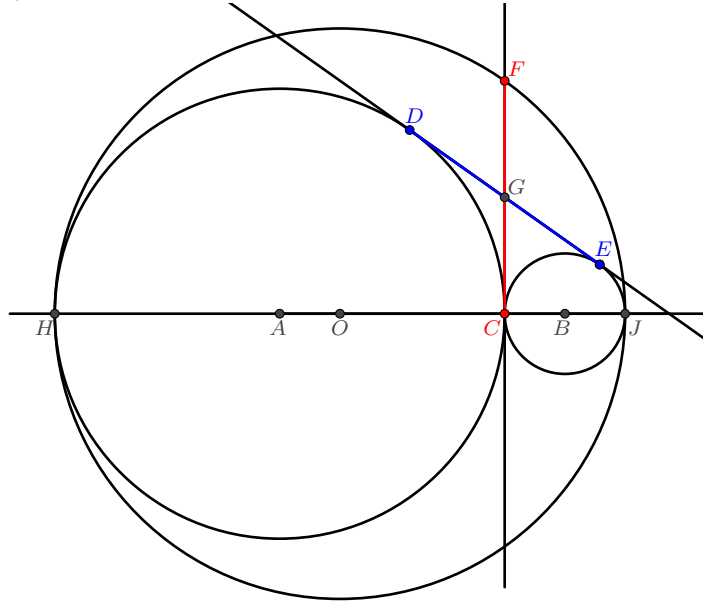


### Beweis, dass zwei Tangentenabschnitte gleich lang sind

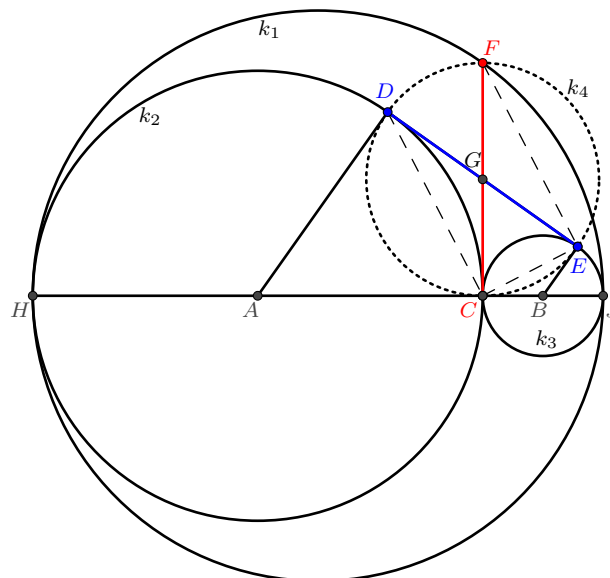
Drei Kreise berühren sich, wie in der Abbildung dargestellt.

Es ist zu beweisen, dass  $\overline{CF} = \overline{DE}$ .



Aufgabe von Klaus Nagel, vom 03. Juli 2022

## Lösung



Die Strecken  $\overline{GC}$  und  $\overline{GD}$  sind gleich lang, da der Punkt  $G$  der Schnittpunkt beider Tangenten an den Kreis  $k_2$  ist. Die Punkte  $A$ ,  $C$ ,  $G$  und  $D$  bilden ein Drachenviereck. Die Strecken  $\overline{GC}$  und  $\overline{GE}$  sind ebenfalls gleich lang, wobei der Punkt  $G$  der Schnittpunkt beider Tangenten an den Kreis  $k_3$  ist. Mit den Radien  $r_3 = \overline{BC}$  und  $r_3 = \overline{BE}$  ist das Viereck  $\square BEGC$  ebenfalls ein Drachenviereck. Es entsteht wegen den gleich langen Strecken  $\overline{GC}$ ,  $\overline{GD}$  und  $\overline{GE}$  ein Thaleskreis  $k_4$  mit dem rechten Winkel  $\sphericalangle DCE$ . Im Punkt  $E$  ist auch ein rechter Winkel  $\sphericalangle CEF$  aufgrund des Thaleskreises  $k_3$ . Wegen den rechten Winkeln, der gemeinsamen Seite  $\overline{CE}$  und den gleich großen Winkeln  $\sphericalangle GCE$  und  $\sphericalangle CEG$  im Drachenviereck  $\square BEGC$  sind die Dreiecke  $\triangle DCE$  und  $\triangle CEF$  nach dem Kongruenzsatz *ws* kongruent. Damit ist  $\overline{CF} = \overline{DE}$  w.z.b.w..