

## Dreistufiger Kompressor

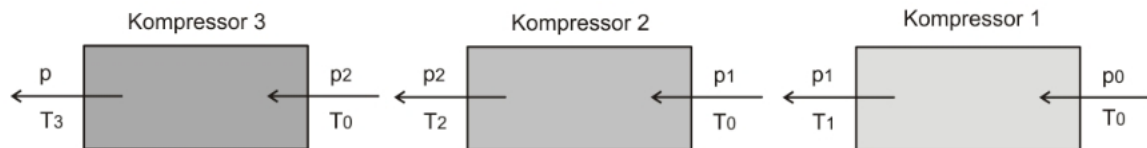
Ein Gas soll in einem dreistufigen Kompressor vom Druck  $p_0$  auf den Druck  $p > p_0$  komprimiert werden. Der Kompressor ist mit zwei Kühlkammern versehen, die das Gas vor jedem Kompressionsvorgang wieder auf die Ausgangstemperatur bringen. Bezeichnet man mit  $p_1$  bzw.  $p_2$  den Druck des Gases nach der 1. bzw. 2. Kompressionsstufe, so gilt für die Kompressionsarbeit je Mol des Gases die Formel:

$$A = f(p_1, p_2) = \frac{R \cdot T_0}{\alpha} \cdot \left( \left( \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^\alpha - 1 \right) + \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^\alpha - 1 \right) + \left( \left( \frac{p}{p_2} \right)^\alpha - 1 \right) \right).$$

Hierbei sind  $T_0$  die absolute Temperatur des Gases vor der Kompression und  $\alpha < 1$  eine Konstante, die von der Konstruktion des Kompressors abhängig ist.

Wie sind die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  zu wählen ( $p_0 < p_1 < p_2 < p$ ), damit die aufzuwendende Arbeit möglichst klein wird?

1. Skizziere den zulässigen Bereich B in der  $p_1, p_2$  Ebene!
2. In welchem Punkt  $P(p_1 | p_2)$  besitzt die Funktion  $f(p_1, p_2)$  ein lokales Extremum?  
Welche Art von Extremum liegt vor?
3. Zeige dass der Punkt  $P(p_1 | p_2)$  im Bereich B liegt!



Aufgabe beim 13. Mathematikwettbewerb an der TH Ilmenau vom 11. März 1986