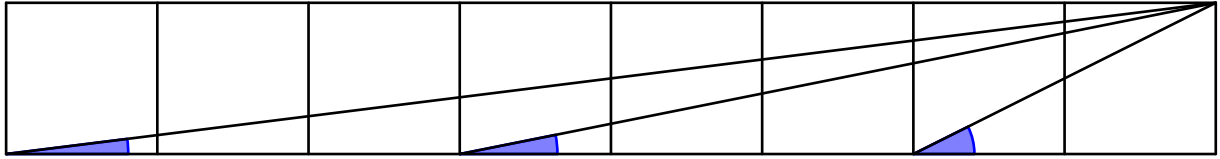


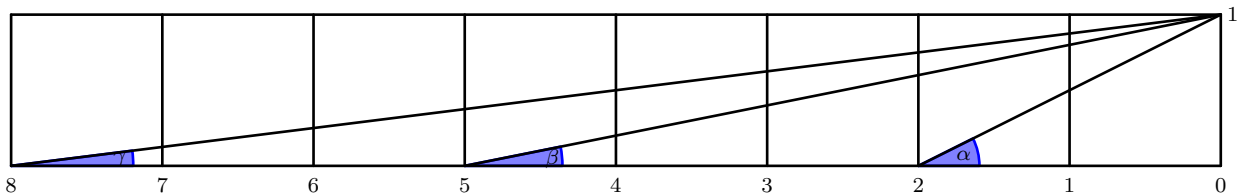
# Fibonacci-Winkel

Wie groß ist die Summe der drei blauen Winkel?



Aufgabe von Dr. Eugen Willerding vom 11. April 2021

## Lösung



Die Scheitelpunkte der Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  liegen bei den Fibonacci-Zahlen 2, 5 und 8. Die Summe aller drei Winkel sei  $\varphi$ .

Dann ist 
$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{5}\right) + \arctan\left(\frac{1}{8}\right) \quad \dots(1).$$

Unter [https://de.wikipedia.org/wiki/Formelsammlung\\_Trigonometrie#Additionstheoreme](https://de.wikipedia.org/wiki/Formelsammlung_Trigonometrie#Additionstheoreme) findet man bei Wikipedia die Additionstheoreme für die Arkustangensfunktion.

So ist 
$$\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-x \cdot y}\right),$$

auf (1) angewandt 
$$\varphi = \arctan\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}}\right) + \arctan\left(\frac{1}{8}\right),$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\frac{7}{10}}{\frac{9}{10}}\right) + \arctan\left(\frac{1}{8}\right),$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{7}{9}\right) + \arctan\left(\frac{1}{8}\right),$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}}\right), \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\frac{65}{72}}{\frac{65}{72}}\right),$$

$$\varphi = \arctan(1), \quad \underline{\underline{\varphi = 45^\circ.}}$$

Die Winkelsumme von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  beträgt  $45^\circ$ .