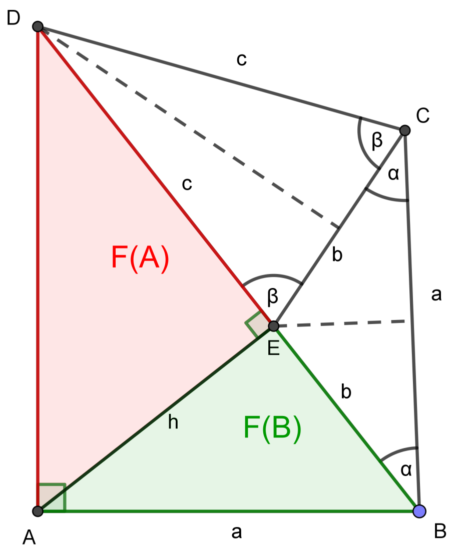
Flächenverhältnis F(A) : F(B) gesucht



$\beta = 2 \cdot \alpha$

$$F(A) = \frac{c \cdot h}{2} \quad , \quad F(B) = \frac{b \cdot h}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{F(A)}{F(B)} = \frac{c}{b} \quad , \quad \cos(\beta) = \frac{\frac{b}{2}}{c} \quad \Rightarrow \quad \cos(2 \cdot \alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{c} \qquad (1)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b} \qquad (2)$$

$\cos(2 \cdot \alpha) = 2 \cdot \cos^2(\alpha) - 1$: (1) und (2) eingesetzt ergibt dann $\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{b^2} - 1$ (3)

Im rechtwinkligen Dreieck ABE gilt $a^2 = b^2 + h^2$ und im rechtwinkligen Dreieck ABD folgt nach dem Höhensatz $h^2 = b \cdot c$.

Es gilt also $a^2 = b^2 + b \cdot c \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 1 + \frac{c}{b}$. Setzt man dies in (3) ein, dann erhält man

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{c} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{c}{b}\right) - 1 \qquad (4)$$

In (4) setzen wir $\frac{c}{b} =: x$ und erhalten nach einfacher Umformung für x die quadratische

Gleichung $x^2 - x - 1 = 0$ mit der positiven Lösung $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi$.

Wir erhalten also $\boxed{\frac{F(A)}{F(B)} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi}$

Weiters ist $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \Rightarrow \beta = 72° \Rightarrow \alpha = 36°$.

$\sphericalangle CDE = 180° - 2\dot{\beta} = 36° = \alpha$, d.h. auch das Dreieck BCD ist gleichschenklig mit a = c .

Es ist $a = c = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \cdot b$ und $h = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}} \cdot b$