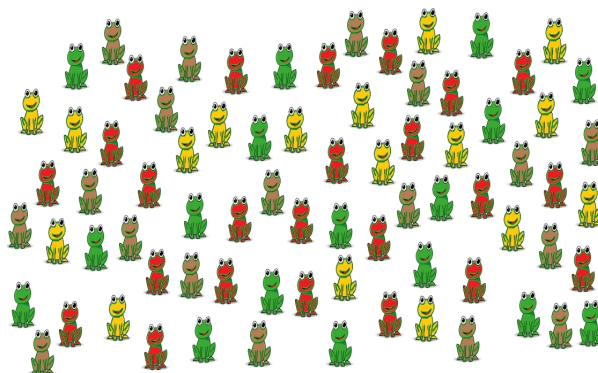


Frösche

Auf einer abgelegenen Insel leben 50 braune (b), 57 grüne (gr), 62 gelbe (ge) und 68 rote (r) Frösche. Immer, wenn sich drei Frösche unterschiedlicher Farbe begegnen, verwandeln sie sich in zwei Exemplare der vierten Farbe. Irgendwann hat man festgestellt, dass alle verbliebenen Frösche der Insel gleiche Farbe haben.

Man bestimme, wie viele Frösche noch auf dem seltsamen Eiland leben, und welche Farbe sie haben.



Aufgabe aus "Fünfte Fürther Mathematik-Olympiade", Klassenstufe 11, Aufgaben der 1. Runde

Lösung

Eine Untersuchung der positiven Differenzen der Anzahlen vor und nach einer Begegnung kann durchgeführt werden. Die Änderung der Farbe passiert nur beim Treffen von $(b; gr; ge)$, $(b; gr; r)$, $(b; ge; r)$ oder $(gr; ge; r)$.

	b	gr	ge	r	$N_b - N_{gr}$	$N_b - N_{ge}$	$N_b - N_r$	$N_{gr} - N_{ge}$	$N_{gr} - N_r$	$N_{ge} - N_r$
vorher	50	57	62	68	7	12	18	5	11	6
$(b; gr; ge)$	49	56	61	70	7	12	21	5	14	9
$(b; gr; r)$	49	56	64	67	7	15	18	8	11	3
$(b; ge; r)$	49	59	61	67	10	12	18	2	8	6
$(gr; ge; r)$	52	56	61	67	4	9	15	5	11	6
						X	X			X

In den mit X gekennzeichneten Spalten treten immer Vielfache von „Drei“ auf und die Farbe grün ist nicht dabei. Dies bedeutet, dass sich die Frösche mit den anderen drei Farben „auslöschen“ können, die grünen Frösche aber nicht.

Da nach einer erfolgreichen Umwandlung immer ein Frosch verschwindet, pegelt sich der Endstand zwischen 600 und 700 Begegnungen ein. Eine Computersimulation gibt die Anzahlen übergebliebener Frösche an.

Anzahl der „Restfrösche“	b	gr	ge	r	Anzahl der Begegnungen
10	0	4	0	6	626
4	0	1	3	0	672
10	0	4	6	0	632
4	0	1	0	3	583
4	0	1	0	3	677
7	6	1	0	0	616