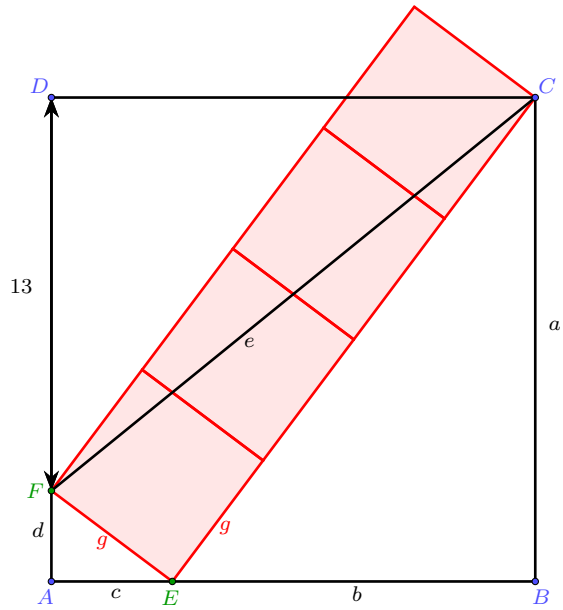
Fünf Quadrate

Es sind fünf Quadrate zu sehen. Welchen Inhalt nimmt die rot schattierte Fläche ein?



Aufgabe von Catrione Agg, gefunden von Andreas Grieser, Greifswald, vom 24. Dezember 2020

Lösung

Die Dreiecke ΔAEF und ΔEBC sind ähnlich, da die Schenkel bei den Punkten F und E paarweise senkrecht zueinander stehen.

Dann ist	$\frac{g}{c} = \frac{4 \cdot g}{a}$,	$c = \frac{1}{4} \cdot a$	...(1).
Im Dreieck ΔECF ist	$e^2 = g^2 + (4 \cdot g)^2$	$e^2 = 17 \cdot g^2$	...(2),
im Dreieck ΔFCD	$e^2 = 13^2 + a^2$	$e^2 = 17 \cdot g^2$	...(3),
mit (2)=(3)	$17 \cdot g^2 = 13^2 + a^2$	$g^2 = \frac{1}{17} \cdot (a^2 + 13^2)$	...(4).
Im Dreieck ΔAEF ist	$g^2 = c^2 + d^2$,		
mit (4),(1) und $d = a - 13$	$\frac{1}{17} \cdot (a^2 + 13^2) = \frac{1}{16} \cdot a^2 + (a - 13)^2$,		
	$\frac{1}{17} \cdot a^2 + \frac{169}{17} = \frac{1}{16} \cdot a^2 + a^2 - 26 \cdot a + 169$,		
	$0 = \frac{273}{16 \cdot 17} \cdot a^2 - 26 \cdot a + \frac{16}{17} \cdot 169$,		
	$0 = a^2 - \frac{26 \cdot 16 \cdot 17}{273} \cdot a + \frac{16^2}{273} \cdot 169$,	$0 = a^2 - \frac{26 \cdot 16 \cdot 17}{3 \cdot 7 \cdot 13} \cdot a + \frac{16^2}{3 \cdot 7 \cdot 13} \cdot 13^2$	
	$0 = a^2 - \frac{2 \cdot 16 \cdot 17}{3 \cdot 7} \cdot a + \frac{16^2 \cdot 13}{3 \cdot 7}$,		
	$a_{1,2} = \frac{16 \cdot 17}{3 \cdot 7} \pm \sqrt{\left(\frac{16 \cdot 17}{3 \cdot 7}\right)^2 - \frac{16^2 \cdot 13}{3 \cdot 7} \cdot \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 7}}$,		
negative Lösung entfällt	$a = \frac{16 \cdot 17}{3 \cdot 7} + \frac{16}{3 \cdot 7} \cdot \sqrt{289 - 273}$,	$a = \frac{16}{3 \cdot 7} \cdot (17 + 4)$,	
	$\underline{\underline{a = 16}}$		
a in (4)	$g^2 = \frac{1}{17} \cdot (16^2 + 13^2)$	$g^2 = \frac{1}{17} \cdot 425$	
	$g^2 = 25$	$\underline{\underline{g = 5}}$	
rot schattierte Fläche	$A = 4 \cdot g^2$,	$\underline{\underline{A = 100\ FE}}$	

Die rot schattierte Fläche hat einen Inhalt von $A = 100\ FE$.

© Bertram