

## Fünfstellige symmetrische Zahl

Wie viele fünfstellige Zahlen der Form  $(xyzyx)$  sind durch 11 teilbar, wenn jeweils  $x$ ,  $y$  und  $z$  verschieden sind?

Idee der Aufgabe aus <https://www.zahlenjagd.at>, Aufgabe des Monats April 2020

### Lösung

Die Teilbarkeitsregel der 11 besagt, dass alle Zahlen durch 11 teilbar sind, wenn ihre alternierende Quersumme gleich Null ist. Dies bedeutet für die fünfstellige Zahl  $xyzyx$ , dass

$$x - y + z - y + x = 0, \quad z = 2 \cdot y - 2 \cdot x, z \geq 0 \quad \dots(1)$$

Die aufgeführte Tabelle gibt alle Möglichkeiten an, bleibt ein Feld leer, so ist die Bedingung (1),  $x \neq z$  oder  $y \neq z$  nicht erfüllt.

| x | y | z | y | x | xyzyx         | xyzyx:11  |
|---|---|---|---|---|---------------|-----------|
| 1 | 2 |   | 2 | 1 |               |           |
| 1 | 3 | 4 | 3 | 1 | 13431         | 1221      |
| 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | 14641         | 1331      |
| 1 | 5 | 8 | 5 | 1 | 15851         | 1441      |
| 2 | 3 |   | 3 | 2 |               |           |
| 2 | 4 |   | 4 | 2 |               |           |
| 2 | 5 | 6 | 5 | 2 | 25652         | 2332      |
| 2 | 6 | 8 | 6 | 2 | 26862         | 2442      |
| 3 | 4 | 2 | 4 | 3 | 34243         | 3113      |
| 3 | 5 | 4 | 5 | 3 | 35453         | 3223      |
| 3 | 6 |   | 6 | 3 |               |           |
| 3 | 7 | 8 | 7 | 3 | 37873         | 3443      |
| 4 | 5 | 2 | 5 | 4 | 45254         | 4114      |
| 4 | 6 |   | 6 | 4 |               |           |
| 4 | 7 | 6 | 7 | 4 | 47674         | 4334      |
| 4 | 8 |   | 8 | 4 |               |           |
| 5 | 6 | 2 | 6 | 5 | 56265         | 5115      |
| 5 | 7 | 4 | 7 | 5 | 57475         | 5225      |
| 5 | 8 | 6 | 8 | 5 | 58685         | 5335      |
| 5 | 9 | 8 | 9 | 5 | 59895         | 5445      |
| 6 | 7 | 2 | 7 | 6 | 67276         | 6116      |
| 6 | 8 | 4 | 8 | 6 | 68486         | 6226      |
| 6 | 9 |   | 9 | 6 |               |           |
| 7 | 8 | 2 | 8 | 7 | 78287         | 7117      |
| 7 | 9 | 4 | 9 | 7 | 79497         | 7227      |
| 8 | 9 | 2 | 9 | 8 | 89298         | 8118      |
|   |   |   |   |   | <b>Anzahl</b> | <b>19</b> |

Es gibt 19 fünfstellige, durch elf teilbare Zahlen, die die Bedingungen erfüllen.