

Quadrate bis 17

Siebzehn Quadrate mit den Seitenlängen von 1 bis 17 sind in ein Rechteck der Größe 39×46 einzusetzen. Dabei dürfen sich die Quadrate weder überlappen, noch über den Rand des Rechtecks hinausragen.

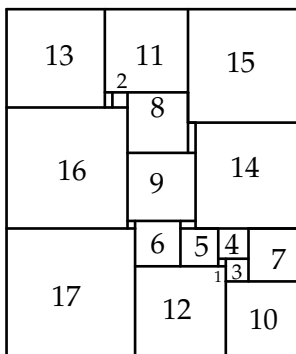
Aufgabe von Heinrich Hemme vom 19. März 2022

Lösung

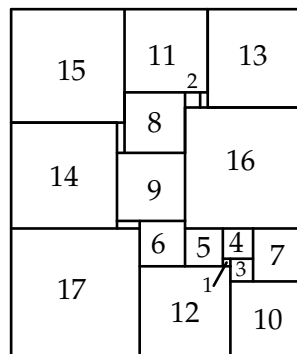
Die Gesamtfläche des Rechtecks beträgt $39 \cdot 46 = 1794 \text{ FE}$, alle Quadrate nehmen eine Fläche von $\frac{17 \cdot 18 \cdot 35}{6} = 1785 \text{ FE}$ ein. 9 FE sind nicht von einem Quadrat bedeckt.

Die großen Flächen müssen an den Rand des Rechtecks. Es sind die Flächen mit den Seitenzahlen 10 bis 17. Ein Python-Programm gibt von 814 sinnvollen Fällen sechs mögliche Fälle aus, die zu untersuchen sind. In den eckigen Klammern stehen die Seitenzahlen der Quadrate, w bedeutet waagerechte, s senkrechte Anordnung. Blau markierte Seitenzahlen sind Lösungen entsprechend der Aufgabenstellung, rot markierte Seitenzahlen sind nicht zu realisieren.

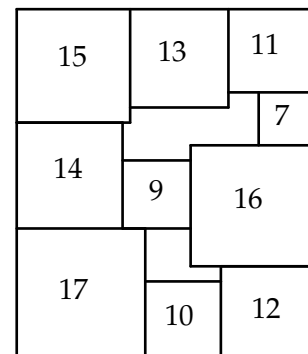
1. Variante: $w [13, 11, 15], s [13, 16, 17], w [17, 12, 10], s [15, 7, 14, 10]$ oder $s [15, 14, 7, 10]$,
2. Variante: $w [15, 11, 13], s [15, 14, 17], w [17, 12, 10], s [13, 7, 16, 10]$ oder $s [13, 16, 7, 10]$,
3. Variante: $w [15, 13, 11] s [15, 14, 17] w [17, 10, 12] s [11, 7, 16, 12]$ oder $s [11, 16, 7, 12]$,
4. Variante: $w [17, 10, 12] s [17, 14, 15] w [15, 13, 11] s [12, 7, 16, 11]$ oder $s [12, 16, 7, 11]$,
5. Variante: $w [17, 12, 10] s [17, 14, 15] w [15, 11, 13] s [10, 7, 16, 13]$ oder $s [10, 16, 7, 13]$,
6. Variante: $w [17, 12, 10] s [17, 16, 13] w [13, 11, 15] s [10, 7, 14, 15]$ oder $s [10, 14, 7, 15]$.



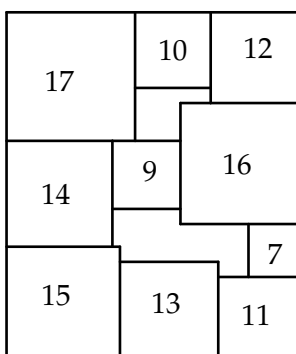
1. Variante
1. Lösung



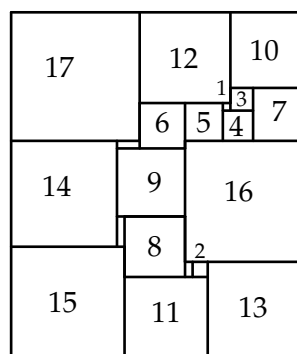
2. Variante
2. Lösung



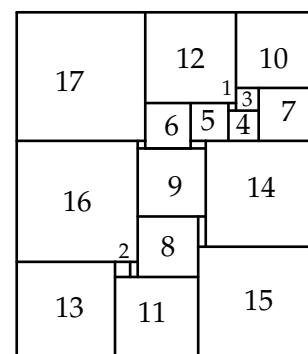
3. Variante
nicht möglich für 8



4. Variante
nicht möglich für 8



5. Variante
3. Lösung



6. Variante
4. Lösung

So können in einer Anordnung die 2×2 -Quadrate zwei verschiedene Positionen und die 1×1 -Quadrate zehn verschiedene Positionen einnehmen.

Es gibt insgesamt $4 \cdot 2 \cdot 10 = 80$ Anordnungen zum Auslegen der 17 Quadrate.

Python-Programm:

```
n=17
l1=[]
l2=[]
l9=[]
l10=[]
l=0
l1 = l2 = list(range(1, n+1))
for i in range(0,n):
    for j in range(0,n):
        for k in range(0,n):
            s=l1[i]+l1[j]+l1[k]
            if s==39 and i!=j and i!=k and j!=k:
                l3=[l1[i],l1[j],l1[k]]
                for o in range(0,n):
                    for p in range(0,n):
                        t=l2[o]+l2[p]+l1[i]
                        if t==46 and o!=p and i!=o and i!=p and j!=o and j!=p and k!=o and k!=p:
                            l4=[l1[i],l2[o],l2[p]]
                            l5=l3+l4
                            l6=list(set(l1)-set(l5))
                            for q in range(0,len(l6)):
                                for r in range(0,len(l6)):
                                    u=l6[q]+l6[r]+l2[p]
                                    if u==39 and q!=r:
                                        l7=[l2[p],l6[q],l6[r]]
                                        l8=list(set(l6)-set(l7))
                                        for d in range(0,len(l8)):
                                            v=46-(l1[k]+l6[r]+l8[d])
                                            if v<=17 and l8[d]<5 and l2[o]+v==30 and l1[j]+l6[q]==23 and
                                                v!=l8[d] and v!=l1[i] and v!=l1[k] and v!=l2[o] and v!=l2[p]
                                                and v!=l6[q] and v!=l6[r]:
                                                l9.insert(0,l1[k])
                                                l9.append(l8[d])
                                                l9.append(v)
                                                l9.append(l6[r])
                                                l10.append(l9[0])
                                                l10.append(l9[2])
                                                l10.append(l9[1])
                                                l10.append(l9[3])
                                                l+=1
print(l,"w",l3,"s",l4,"w",l7,"s",l9," oder s",l10)
l9=[]
l10=[]
```