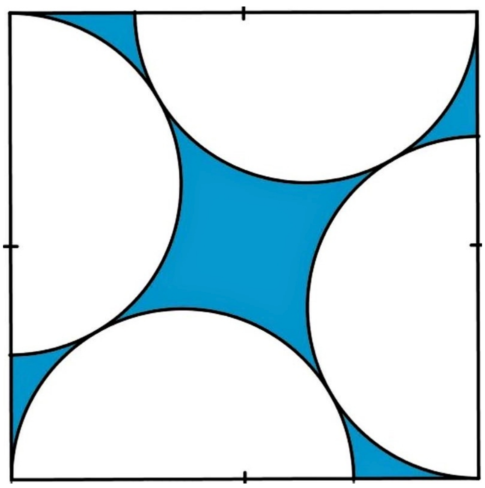
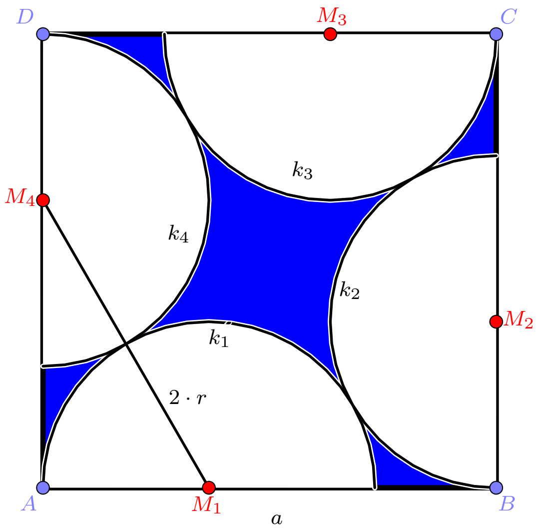
Restfläche von vier Halbkreisen im Quadrat

Welchen Flächeninhalt besitzt die blaue Fläche?



Aufgabe von Dr. Eugen Willerding vom 27. April 2022

Lösung



Der Punkt A wird in den Koordinatenursprung gelegt. Die Seitenlänge des Quadrats sei a, die vier Halbkreise k_1, k_2, k_3 und k_4 haben den Radius r.

Im Dreieck ΔAM_1M_4 ist $\quad r^2 + (a-r)^2 = (2 \cdot r)^2, \quad r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r + r^2 = 4 \cdot r^2,$

$$2 \cdot r^2 + 2 \cdot a \cdot r - a^2 = 0, \qquad r^2 + a \cdot r - \frac{a^2}{2} = 0,$$

$$r_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}}, \qquad r_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3},$$

negative Lösung entfällt $\quad r = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{3} - 1\right) \cdot a.$

Die blaue Fläche ist dann $\quad A_{blau} = a^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{3} - 1\right) \cdot a\right)^2,$

$$A_{blau} = a^2 - 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(3 - 2 \cdot \sqrt{3} + 1\right) \cdot a^2,$$

$$A_{blau} = a^2 - \frac{\pi}{2} \cdot \left(4 - 2 \cdot \sqrt{3}\right) \cdot a^2,$$

$$A_{blau} = a^2 - \pi \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right) \cdot a^2, \qquad \underline{\underline{A_{blau} = \left(1 - \pi \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right)\right) \cdot a^2}}.$$

Die blaue Fläche hat einen Flächeninhalt von $A_{blau} = \left(1 - \pi \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right)\right) \cdot a^2 \; FE.$