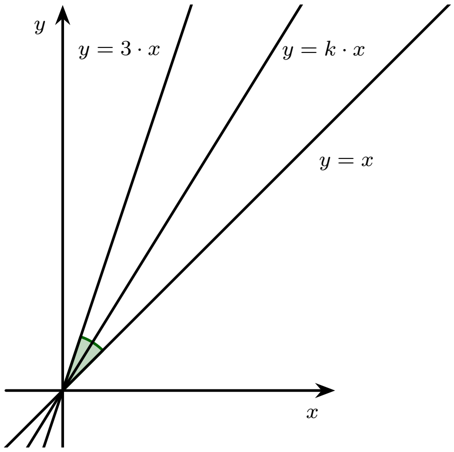
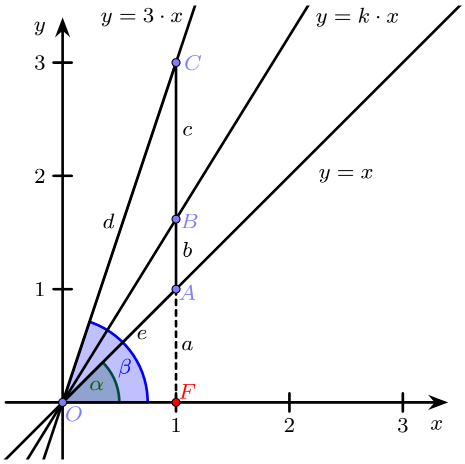
Steigung der Winkelhalbierenden

Wie groß ist die Steigung k der Winkelhalbierenden ?



Aufgabe von Presh Tawalkar aus „Mind Your Decisions“ bei `https://www.youtube.com/watch?v=Vj5J5RuBO7I` vom 27.April 2022

Lösung



Mit der Steigung $m = 1$ der Geraden $y = x$ ist $\alpha = 45°$, für β erhält man mit der Steigung $m = 3$ der Geraden $y = 3 \cdot x$ den Wert für $\beta = 71{,}57°$. Benutzt wird der Winkelhalbierendensatz: „Jede Winkelhalbierende im Dreieck teilt die Gegenseite im Verhältnis der anliegenden Seiten.“

Im Dreieck ΔOFA ist	$tan\ \alpha = a,$	$a = 1,$	
dann ist	$e^2 = 1^2 + 1^2,$	$e = \sqrt{2}$	...(1),
die Strecke $\overline{FC}$ ist	$3 = 1 + b + c,$	$b + c = 2$	...(2),
und im Dreieck ΔOFC ist	$d^2 = 1^2 + 3^2,$	$d = \sqrt{10}$	...(3).
Winkelhalbierendensatz:	$\frac{b}{c} = \frac{e}{d},$	$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \cdot c,$	
	$b = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot c,$	$c = \sqrt{5} \cdot b$	...(4),
(4) in (2)	$b + \sqrt{5} \cdot b = 2,$	$b = \frac{2}{1+\sqrt{5}},$	
	$b = \frac{2}{1+\sqrt{5}} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}},$	$b = \frac{2\cdot(1-\sqrt{5})}{-4},$	
	$b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$		...(5).
Mit (5) ist die Steigung k	$k = \frac{a+b}{1},$	$k = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2},$	
	$k = \frac{1+\sqrt{5}}{2},$	$\underline{\underline{k = \Phi}}.$	

Die Winkelhalbierende hat die Steigung des Goldenen Schnitts.

Andreas Grieser, Greifswald, fand k mit dem Taschenrechnerbefehl: $tan\frac{arctan(3)+arctan(1)}{2}$.