

## Summe gleich 100

Für welche  $k \geq 1$  gibt es  $k$  aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, deren Summe 100 ist?

Aufgabe aus <https://www.zahlenjagd.at>, Aufgabe des Monats August 2022

### Lösung

Für  $k$  beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen  $n$  gilt mit

$k = 1$	$n = 100$			
$k = 2$	$n + (n + 1) = 100,$	$2 \cdot n + 1 = 100,$	$2 \cdot n = 99,$	$n \notin \mathbb{N}$
$k = 3$	$(n - 1) + n + (n + 1) = 100,$	$3 \cdot n = 100,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 4$	$(n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 100,$	$4 \cdot n + 2 = 100,$	$4 \cdot n = 98,$	$n \notin \mathbb{N}$
$k = 5$	$(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 100,$	$5 \cdot n = 100,$	$n = 20$	
	$18 + 19 + 20 + 21 + 22 = 100$			
$k = 6$	$(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 100,$	$6 \cdot n + 3 = 100,$		
		$6 \cdot n = 97,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 7$	$(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 100,$	$7 \cdot n = 100,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 8$	$(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 100,$	$8 \cdot n + 4 = 100,$		
	$8 \cdot n = 96,$	$n = 12$	$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 100$	
$k = 9$		$9 \cdot n = 100,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 10$		$10 \cdot n + 5 = 100,$	$10 \cdot n = 95,$	$n \notin \mathbb{N}$
$k = 11$		$11 \cdot n = 100,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 12$		$12 \cdot n + 6 = 100,$	$12 \cdot n = 94,$	$n \notin \mathbb{N}$
$k = 13$		$13 \cdot n = 100,$		$n \notin \mathbb{N}$
$k = 14$		$14 \cdot n + 7 = 100,$	$14 \cdot n = 93,$	$n \notin \mathbb{N}$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Es gibt nur drei verschiedene Möglichkeiten für  $k \geq 1$  die Summe 100 darzustellen, diese sind  $k = 1, k = 5$  und  $k = 8$ .

Ein kleines Python-Programm kann auch für andere Summen die Werte von  $k \geq 1$  mit deren Summanden auflisten. Für  $s = 100$  dauert es 0,001 s, wie auch für  $s = 5000$ .

```
import math
s=100;l1=[];l2=[]
for k in range(1,int(math.sqrt(1+8*s)/2)+1):
    if k%2==1 and s%k==0:
        for i in range(0,k):
            n=int(s/k+(k-1)/2)-i
            l1.append(n)
        ungerade_k=list(set(l1))
        print("k =",k,", Es sind die Summanden",ungerade_k," -> ",s, ".")
        l1=[]
    else:
        if k%2==0 and (s-int(k/2))%k==0:
            for i in range(0,k):
                n=int(s/k+(k-1)/2)-i
                l2.append(n)
            gerade_k=list(set(l2))
            print("k =",k,", Es sind die Summanden",gerade_k," -> ",s, ".")
            l2=[]
```