

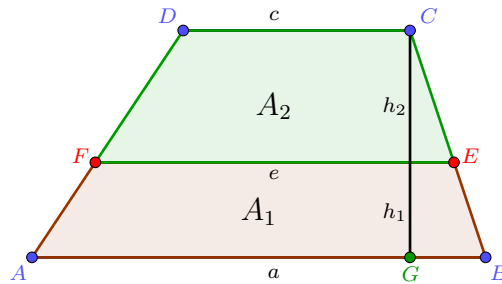
# Trapezhalbierung

Gegeben sei ein beliebiges Trapez. Gesucht ist eine Parallele zu dessen parallelen Seiten, welche den Flächeninhalt halbiert.

Man gebe eine Konstruktionsvorschrift an.

Aufgabe aus dem Heft „Die  $\sqrt{\text{Wurzel}}$ “ von Michael Huke, Hofgeismar-Hümme, vom August 2022

## Lösung



Zunächst muss die Länge der Strecke  $e = \overline{EF}$  bestimmt werden. Die Höhe des Trapezes sei  $h$ .

Es ist

$$h = h_1 + h_2$$

$$A = A_1 + A_2,$$

$$A = 2 \cdot A_1,$$

$$\frac{a+c}{2} \cdot h = 2 \cdot \frac{a+e}{2} \cdot h_1,$$

$$(a+c) \cdot (h_1 + h_2) = 2 \cdot (a+e) \cdot h_1,$$

$$a \cdot h_1 + a \cdot h_2 + c \cdot h_1 + c \cdot h_2 = 2 \cdot a \cdot h_1 + 2 \cdot e \cdot h_1,$$

$$a \cdot h_2 + c \cdot h_2 = a \cdot h_1 + 2 \cdot e \cdot h_1 - c \cdot h_1,$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a+2 \cdot e-c}{a+c}$$

...(1).

Weiterhin ist  $A_1 = A_2$

$$\frac{a+e}{2} \cdot h_1 = \frac{c+e}{2} \cdot h_2,$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a+e}{c+e}$$

...(2).

(1)=(2)

$$\frac{a+2 \cdot e-c}{a+c} = \frac{a+e}{c+e},$$

$$a \cdot c + a \cdot e + 2 \cdot c \cdot e + 2 \cdot e^2 - c^2 - c \cdot e = a^2 + a \cdot c + a \cdot e + c \cdot e,$$

$$2 \cdot e^2 - c^2 = a^2,$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2}}$$

...(3).

## Konstruktionsbeschreibung

1. Zeichne eine Gerade  $g$  senkrecht zur Strecke  $a$  durch den Punkt  $A$ .
2. Auf  $g$  wird die Strecke  $c$  von  $A$  aus nach unten abgetragen. Man erhält den Punkt  $G$ .
3. Die Strecke  $\overline{BG} = f$  hat die Länge  $f = \sqrt{a^2 + c^2}$ .
4. Zeichne eine Gerade  $h$  senkrecht zu  $\overline{BG}$  durch  $B$ .
5. Trage  $f$  auf  $h$  nach unten ab. Man erhält den Punkt  $H$ .
6. Verbinde die Punkte  $G$  und  $H$ .
7. Konstruiere den Mittelpunkt  $M$  der Strecke  $\overline{GH}$ .
8. Die Strecken  $\overline{GM}$ ,  $\overline{HM}$  und  $\overline{BM}$  haben die Länge von (3).
9. Zeichne einen Kreis  $k$  mit dem Radius  $e$  um  $B$ .  $k$  schneidet  $\overline{AB}$  in  $I$ .
10. Die Parallelverschiebung der Seite  $b$  durch den Punkt  $I$  schneidet die Seite  $d$  im Punkt  $F$ .
11. Die Parallelverschiebung der Seite  $a$  durch den Punkt  $F$  schneidet die Seite  $b$  im Punkt  $E$ .
12. Zeichne die Strecke  $\overline{EF} = e$ . Sie halbiert den Flächeninhalt des Trapezes  $\square ABCD$ .

