

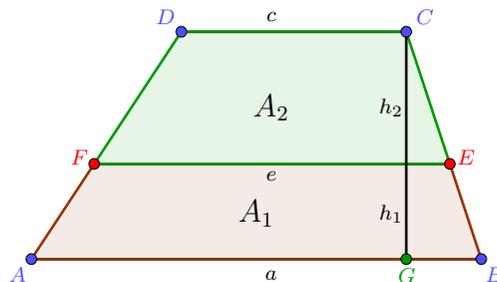
Trapezhalbierung

Gegeben sei ein beliebiges Trapez. Gesucht ist eine Parallele zu dessen parallelen Seiten, welche den Flächeninhalt halbiert.

Man gebe eine Konstruktionsvorschrift an.

Aufgabe aus dem Heft „Die $\sqrt{\text{Wurzel}}$ “ von Michael Huke, Hofgeismar-Hümme, vom August 2022

Lösung



Zunächst muss die Länge der Strecke $e = \overline{EF}$ bestimmt werden. Die Höhe des Trapezes sei h .

Es ist

$$h = h_1 + h_2$$

$$A = A_1 + A_2,$$

$$A = 2 \cdot A_1,$$

$$\frac{a+c}{2} \cdot h = 2 \cdot \frac{a+e}{2} \cdot h_1,$$

$$(a+c) \cdot (h_1 + h_2) = 2 \cdot (a+e) \cdot h_1,$$

$$a \cdot h_1 + a \cdot h_2 + c \cdot h_1 + c \cdot h_2 = 2 \cdot a \cdot h_1 + 2 \cdot e \cdot h_1,$$

$$a \cdot h_2 + c \cdot h_2 = a \cdot h_1 + 2 \cdot e \cdot h_1 - c \cdot h_1,$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a+2 \cdot e-c}{a+c}$$

...(1).

Weiterhin ist $A_1 = A_2$

$$\frac{a+e}{2} \cdot h_1 = \frac{c+e}{2} \cdot h_2,$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a+e}{c+e}$$

...(2).

(1)=(2)

$$\frac{a+2 \cdot e-c}{a+c} = \frac{a+e}{c+e},$$

$$a \cdot c + a \cdot e + 2 \cdot c \cdot e + 2 \cdot e^2 - c^2 - c \cdot e = a^2 + a \cdot c + a \cdot e + c \cdot e,$$

$$2 \cdot e^2 - c^2 = a^2,$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2+c^2}{2}}$$

...(3).

Konstruktionsbeschreibung

1. Zeichne eine Gerade g senkrecht zur Strecke a durch den Punkt A .
2. Auf g wird die Strecke c von A aus nach unten abgetragen. Man erhält den Punkt G .
3. Die Strecke $\overline{BG} = f$ hat die Länge $f = \sqrt{a^2 + c^2}$.
4. Zeichne eine Gerade h senkrecht zu \overline{BG} durch B .
5. Trage f auf h nach unten ab. Man erhält den Punkt H .
6. Verbinde die Punkte G und H .
7. Konstruiere den Mittelpunkt M der Strecke \overline{GH} .
8. Die Strecken \overline{GM} , \overline{HM} und \overline{BM} haben die Länge von (3).
9. Zeichne einen Kreis k mit dem Radius e um B . k schneidet \overline{AB} in I .
10. Die Parallelverschiebung der Seite b durch den Punkt I schneidet die Seite d im Punkt F .
11. Die Parallelverschiebung der Seite a durch den Punkt F schneidet die Seite b im Punkt E .
12. Zeichne die Strecke $\overline{EF} = e$. Sie halbiert den Flächeninhalt des Trapezes $\square ABCD$.

