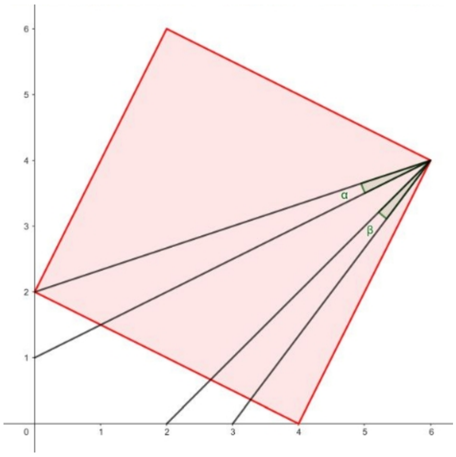
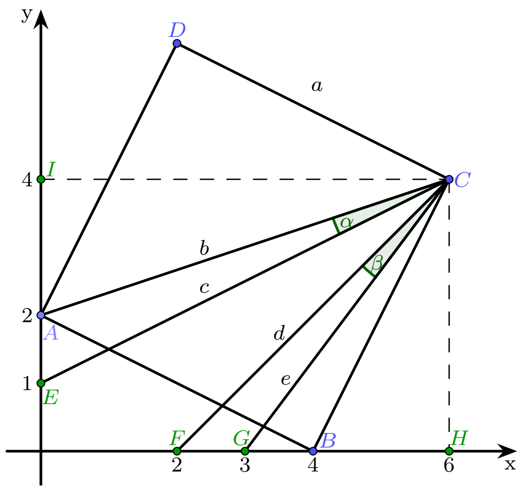
Winkelverhältnis am Quadrat



Ein Quadrat, zwei orthogonale Achsen und zwei Winkel.
Wie groß ist das Verhältnis $\alpha : \beta$?

Aufgabe bei Mirangu.com-Spannseile II: `https://mirangu.com/guylines-ii/?utm_source=mailpoet&utm_medium=email&utm_campaign=geometry-puzzles-weekly`, vom 31. Juli 2023, gefunden von Andreas Grieser, Greifswald

Lösung



Die Längen der Strecken b, c, d und e können mit dem Satz von Pythagoras ermittelt werden.

Im Dreieck ΔACI ist $\quad b = \sqrt{6^2 + 2^2}, \quad b = 2 \cdot \sqrt{10} \quad$ ...(1),

im Dreieck ΔECI $\quad c = \sqrt{6^2 + 3^2}, \quad c = 3 \cdot \sqrt{5} \quad$ ...(2),

im Dreieck ΔFHC $\quad d = \sqrt{4^2 + 4^2}, \quad d = 4 \cdot \sqrt{2} \quad$ ...(3),

und im Dreieck ΔGHC $\quad e = \sqrt{4^2 + 3^2}, \quad e = 5 \quad$ ...(4).

Mit (1) bis (4) und dem Kosinussatz können die Winkel α und β bestimmt werden.

Im Dreieck ΔECA ist $\quad 1^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos\ \alpha, \quad cos\ \alpha = \frac{1-40-45}{-2\cdot 2\cdot\sqrt{10}\cdot 3\cdot\sqrt{5}},$

$cos\ \alpha = \frac{\cancel{84}^{7}}{\cancel{12}\cdot 5\cdot\sqrt{2}}, \quad cos\ \alpha = \frac{7}{5\cdot\sqrt{2}} \quad$ ...(5).

Im Dreieck ΔGCF ist $\quad 1^2 = d^2 + e^2 - 2 \cdot d \cdot e \cdot cos\ \beta, \quad cos\ \beta = \frac{1-32-25}{-2\cdot 4\cdot\sqrt{2}\cdot 5},$

$cos\ \beta = \frac{\cancel{56}^{7}}{\cancel{40}^{5}\cdot\sqrt{2}}, \quad cos\ \beta = \frac{7}{5\cdot\sqrt{2}} \quad$ ...(6).

Vergleicht man (5) mit (6), so sind beide Winkel gleich groß, $\alpha \approx 8{,}13°$, das Verhältnis ist 1 : 1.