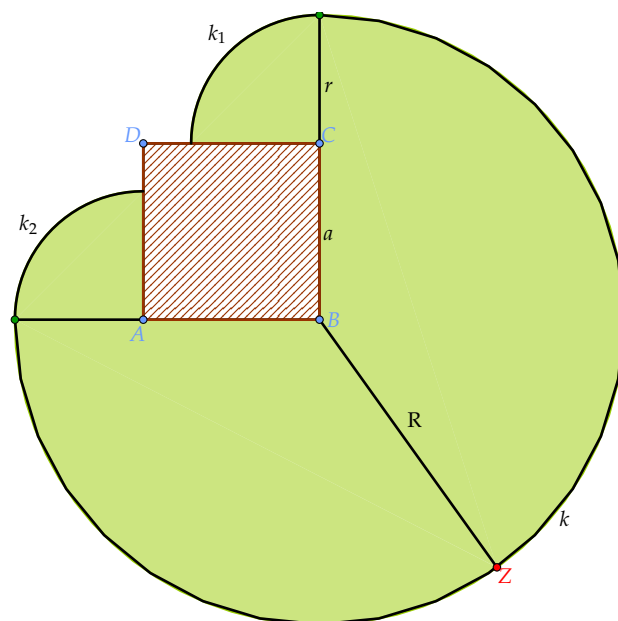


Die Ziege am Stall

Ein geschlossener, quadratischer Stall habe die Seitenlänge a . Eine Ziege ist außen an einer Ecke mit einem Seil angepflockt.

Wie lang muß das Seil sein, damit sie eine Fläche abgrasen kann, die zehnmal so groß ist, wie der Querschnitt der Stalls?



Aufgabe von Ingmar Rubin, Berlin

Lösung

Der Kreis k hat den Radius R , die Kreise k_1 und k_2 die Radien r und der Stall die Seitenlänge a . Die gesamte abzugrasende Fläche setzt sich aus einem Dreiviertelkreis und zwei kleineren Viertelkreisen zusammen.

Es ist

$$r = R - a$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot R^2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2 &= 10 \cdot a^2, & \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R^2 + r^2 \right) &= 10 \cdot a^2, \\ \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R^2 + (R - a)^2 \right) &= 10 \cdot a^2, & \frac{5}{2} \cdot R^2 - 2 \cdot R \cdot a + a^2 &= \frac{20}{\pi} \cdot a^2, \\ R^2 - \frac{4}{5} \cdot R \cdot a + \frac{2}{5} \cdot a^2 - \frac{8}{\pi} \cdot a^2 &= 0, & R_{1,2} &= \frac{2}{5} \cdot a \pm a \cdot \sqrt{\frac{4}{25} - \frac{2}{5} + \frac{8}{\pi}}, \end{aligned}$$

neg. Lösung entfällt

$$R = \frac{2}{5} \cdot a + a \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi} - \frac{6}{25}}, \quad R = \left(\frac{2}{5} + \sqrt{\frac{8}{\pi} - \frac{6}{25}} \right) \cdot a,$$

$$\underline{\underline{R = 1,91871 \cdot a}}$$

