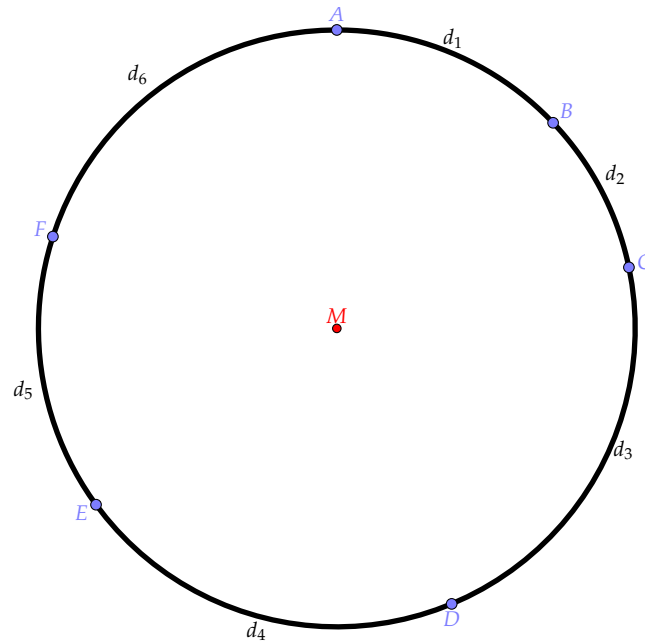


## Zu den sechs Eichen

Vor rund 200 Jahren waren in einer walddreichen Gegend als Symbol der Nachhaltigkeit in bestimmten Abständen zueinander sechs Eichen gepflanzt worden, und zwar auf einer 31 Kilometer langen Kreislinie. Von jeder der sechs Eichen kann man zu Fuß auf besagter Kreislinie zu den anderen fünf kommen, entweder rechts oder links herum. Es gibt somit insgesamt 30 Wege von Eiche zu Eiche (nämlich  $5 \times 6 = 30$ ). Die Wegstrecken sind alle ganzzahlig lang, haben aber jeweils unterschiedliche Längen.

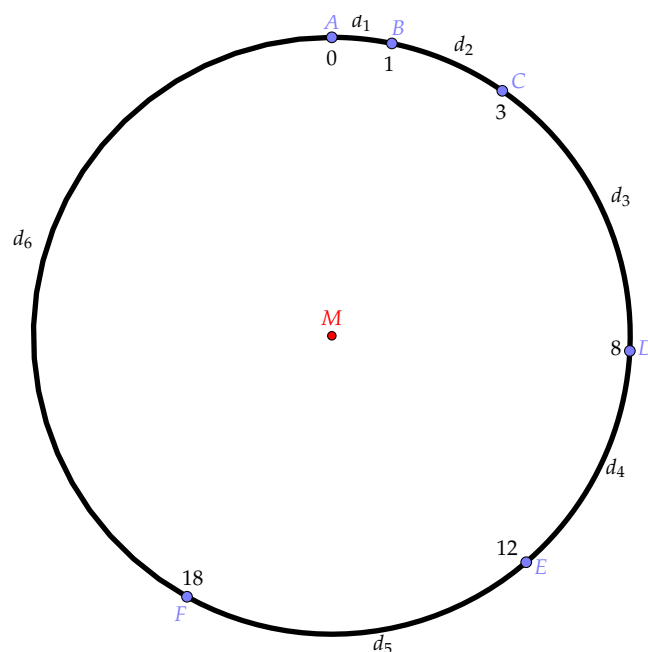
In welchen Kilometerständen  $d_1 \dots d_6$  stehen die sechs Eichen auf der Kreislinie?

Wie viel verschiedene Lösungen gibt es, wobei Spiegelungen und Drehungen der echten Lösungen nicht mitzählen?



Aufgabe aus der Zeitschrift „nd.Genossenschaft eG“ vom 30. April 2021

## Lösung



Eine Beispiellösung sieht wie folgt aus.

Man stelle sich vor, es gäbe eine Uhr mit nur einem Zeiger, der bei einem Umlauf nur ganze Zahlen von 0 Uhr = 31 Uhr bis 30 Uhr betritt.

1. Die erste Eiche wird auf 0 Uhr gesetzt, die zweite Eiche auf 1 Uhr, die dritte Eiche auf 3 Uhr, die vierte Eiche auf 8 Uhr.

Mit diesen vier Eichen sind die Abstände 1, 3, 8, 2, 7, 5, aber auch 31,  $31 - 1 = 30$ ,  $31 - 3 = 28$ ,  $31 - 8 = 23$ ,  $31 - 2 = 29$ ,  $31 - 7 = 24$  und  $31 - 5 = 26$  vergeben.

2. Die fünfte Eiche wird auf 12 Uhr gesetzt.

Damit entfallen die Abstände 12, 11, 9, 4, aber auch  $31 - 12 = 19$ ,  $31 - 11 = 20$ ,  $31 - 9 = 22$  und  $31 - 4 = 27$ .

Die sechste Eiche kann die fehlenden Abstände 6, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 21 und 25 einnehmen.

3. Es bietet sich 12 Uhr + 6 = 18 Uhr an.

Der Abstand von 18 zu 0  $\Rightarrow$  18, zu 1  $\Rightarrow$  17, zu 3  $\Rightarrow$  15, zu 8  $\Rightarrow$  10, zu 12  $\Rightarrow$  6, zu 31  $\Rightarrow$  13.

4. Die Verteilung im Dreiecksschema:

1+2=3, 2+5=7, 5+4=9, 4+6=10, 6+13=19

1+2+5=8, 2+5+4=11, 5+4+6=15, 4+6+13=23

1+2+5+4=12, 2+5+4+6=17, 5+4+6+13=28

1+2+5+4+6=18, 2+5+4+6+13=30

1+2+5+4+6+13=31

Ein Muster ist zu erkennen. Die Abstände von nach links unten nach rechts oben sind:

magenta: 1, 2, 5, 4, 6,

grün: 1, 2, 5, 4,

braun: 1, 2, 5,

blau: 1, 2,

blau: 1.

Mit diesem Wissen wird ein weiterer Lösungsversuch gestartet. Der Beginn ist (1, 2, 7), danach bietet sich 4 an, (11=7+4, 13=2+7+4, 14=1+2+7+4) ergeben sich. Als fünfte Zahl in der ersten Reihe geht 5 nicht, da 5+4=9, 6 geht nicht, da 6+4=10, 8 geht nicht, da 8+4+7+2+1=22, die sechste Zahl muss eine 9 sein, die schon vorhanden ist, es kann nur eine 12 sein, die letzte Zahl ist dann zur Summe 31 eine 5, (17, 21, 28, 30) ergeben sich.

1	2	7	4	12	5	Abstände: magenta: 1, 2, 7, 4, 12,
3	9	11	16	17		grün: 1, 2, 7, 4,
10	13	23	21			braun: 1, 2, 7,
14	25	28				blau: 1, 2,
26	30					blau: 1.
31						

Die Lösungen [1, 2, 5, 4, 6, 13], [1, 2, 7, 4, 12, 5] wurden ermittelt. Ein Python-Programm findet noch weitere drei Lösungen [1, 7, 3, 2, 4, 14], [1, 3, 6, 2, 5, 14], [1, 3, 2, 7, 8, 10].